Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I

Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

FUNDACIÓ COL·LEGIS DIOCESANS SANT VICENT MÀRTIR

MAT_2 TEMA 9: GEOMETRÍA

1. TEOREMA DE PITÁGORAS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

1.1.

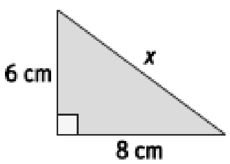
La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 15 cm, y uno de los catetos, 12 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto?

El otro cateto mide $a=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{225-144}=\sqrt{81}=9$ cm.

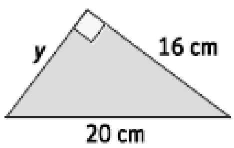
1.2.

Calcula el lado desconocido de los siguientes triángulos rectángulos.

a)



b)



a) $x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ cm

b) $y=\sqrt{20^2-16^2}=\sqrt{400-256}=\sqrt{144}=12$ cm

1.3.

¿Cuáles de los siguientes tríos de números son ternas pitagóricas?

A. 32, 40, 50 **B.** 12, 35, 37 **C.** 15, 20, 25 **D.** 10, 200, 41

A. $32^2+40^2=1024+1600=2624\neq 50^2$. No es una terna pitagórica.

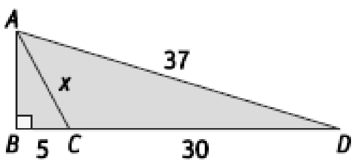
B. $12^2+35^2=144+1225=1369=37^2$. Sí es una terna pitagórica

C. $15^2+20^2=225+400=625=25^2$. Sí es una terna pitagórica

D. $10^2+41^2=100+1681=1781\neq 200^2$. No es una terna pitagórica.

1.4.

Halla la longitud del lado desconocido, *x*.



El lado $\overline{AB}$ es el cateto menor del triángulo *ABD*:

$$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AD}^2-\overline{BD}^2}=\sqrt{37^2-(5+30)^2}=\sqrt{1369-1225}=\sqrt{144}=12$$

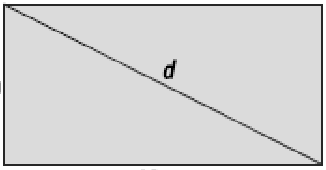
El *x* es la hipotenusa del triángulo *ABC*:

$$x=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{144+25}=\sqrt{169}=13$$

Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I
Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

1.5.

¿Cuánto mide la diagonal de este rectángulo?



La diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos y coincide con la hipotenusa.

$$d = \sqrt{30^2 + 60^2} = \sqrt{900 + 3600} = \sqrt{4500} = 67{,}08\,\text{cm}$$

1.6.

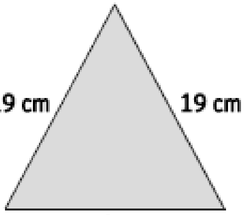
Calcula la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 3 cm.

La diagonal divide el cuadrado en dos triángulos rectángulos iguales y coincide con la hipotenusa.

$$d = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 4{,}24\,\text{cm}$$

1.7.

Calcula el área del siguiente triángulo isósceles.



Para calcular el área necesitamos conocer la altura del triángulo. Por ser isósceles, la altura sobre el lado desigual lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$h = \sqrt{19^2 - \left(\frac{18}{2}\right)^2} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{280} = 16{,}73\,\text{cm}$$

Por tanto, el área del triángulo es: $A = \dfrac{18 \cdot 16{,}73}{2} = 150{,}57\,\text{cm}^2$.

1.7.

Calcula la altura de un triángulo equilátero de 9 cm de lado. ¿Cuánto vale su área?

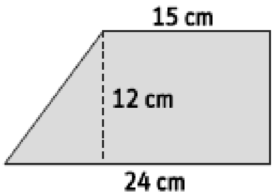
Por ser equilátero, cualquier altura lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$h = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{9^2 - 4{,}5^2} = \sqrt{60{,}75} = 7{,}79\,\text{cm}$$

El área del triángulo es: $A = \dfrac{9 \cdot 7{,}79}{2} = 35{,}06\,\text{cm}^2$.

1.8.

Calcula el perímetro de este trapecio.



Uno de los lados que faltan tiene igual longitud que la altura, 12 cm. El otro coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos lados miden 12 y $24-15=9$ cm. Por tanto, mide $\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{81+144}=15$ cm.

El perímetro del trapecio es: $P=15+12+24+15=66$ cm.

1.10.

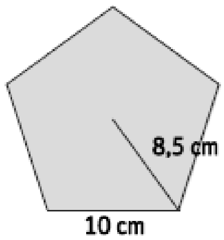
Calcula el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8 cm y 14 cm y su altura mide 4 cm.

Como el trapecio es isósceles, los lados que faltan son iguales y coinciden con la hipotenusa del triángulo rectángulo, cuyos lados miden 4 cm y $\frac{14-8}{2}=3$ cm. Por tanto, miden $\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}=5$ cm.

El perímetro del trapecio es: $P=8+14+2\cdot 5=32$ cm.

1.11.

Calcula la apotema del siguiente pentágono regular.



La apotema, el radio y la mitad de un lado forman un triángulo rectángulo. Por tanto, la apotema mide:

$$\sqrt{8,5^2-\left(\frac{10}{2}\right)^2}=\sqrt{72,25-25}=6,87 \text{ cm.}$$

1.12.

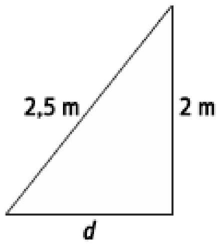
Calcula la medida de los lados iguales de un triángulo isósceles cuya altura mide 6 cm, y su base, 16 cm.

Por ser isósceles, la altura sobre el lado desigual lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

Por tanto, cada uno de los lados iguales mide: $\sqrt{6^2+\left(\frac{16}{2}\right)^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ cm.

1.13.

La altura del muro del jardín de Ana es de 2 m. ¿A qué distancia del muro debe colocar una escalera de 2,5 m para que su extremo superior coincida exactamente con el punto más alto del muro?



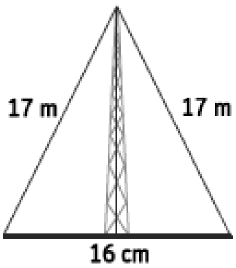
La escalera, el muro y la línea de tierra forman un triángulo rectángulo.

La distancia a la que debe colocar la escalera coincide con el cateto menor.

$$d = \sqrt{2,5^2 - 2^2} = \sqrt{6,25 - 4} = 1,5 \text{ m}$$

1.14.

Una antena de telefonía está sujeta al suelo con dos cables iguales de 17 m de longitud. Si los cables están fijos a la misma distancia de la antena y entre ellos distan 16 cm, ¿cuál es la altura de la antena?



Los cables y el suelo forman un triángulo isósceles, de manera que la antena lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

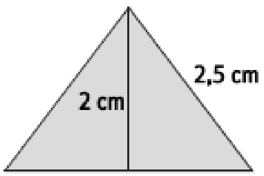
Por tanto, la antena tendrá una altura de:

$$h = \sqrt{17^2 - \left(\frac{16}{2}\right)^2} = \sqrt{289 - 64} = 15 \text{ m}$$

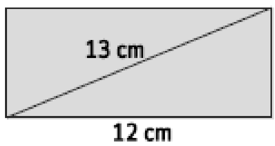
1.15.

Halla los lados desconocidos de las siguientes figuras.

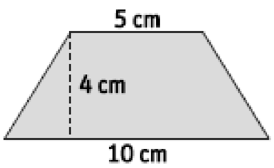
a)



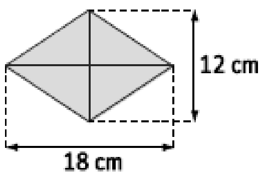
c)



b)



d)



a) Por ser un triángulo isósceles, la altura sobre el lado desigual lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$l = 2 \cdot \sqrt{2,5^2 - 2^2} = 2 \cdot \sqrt{6,25 - 4} = 2\sqrt{2,25} = 3 \text{ cm}$$

b) Como el trapecio es isósceles, los lados que faltan son iguales y coinciden con la hipotenusa del triángulo rectángulo que forma la altura.

$$l = \sqrt{4^2 + \left(\frac{10-5}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + 6,25} = \sqrt{22,25} = 4,72 \text{ cm}$$

c) La diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos iguales cuyo cateto menor coincide con el lado del rectángulo.

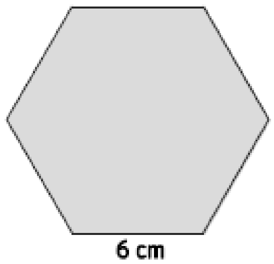
$$l=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5\,\text{cm}$$

d) Las diagonales dividen el rombo en cuatro triángulos rectángulos iguales cuya hipotenusa coincide con el lado.

$$l=\sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2+\left(\frac{18}{2}\right)^2}=\sqrt{36+81}=\sqrt{117}=10,82\,\text{cm}$$

1.16.

Halla el perímetro y el área de un hexágono regular de lado 6 cm.



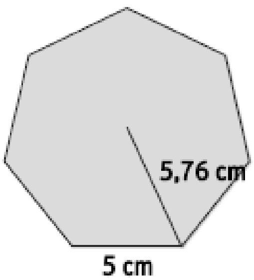
El perímetro mide: $P=6\cdot 6=36$ cm.

Para calcular el área se necesita conocer la apotema. La apotema, el radio y la mitad de un lado forman un triángulo rectángulo. En el caso del hexágono regular, el radio coincide con el lado, de manera que:

$$a=\sqrt{6^2-\left(\frac{6}{2}\right)^2}=\sqrt{36-9}=\sqrt{27}=5,20\,\text{cm}$$

Por tanto, el área del hexágono mide: $A=\dfrac{36\cdot 5,20}{2}=93,6\ \text{cm}^2$

Halla el perímetro y el área del heptágono regular de la figura.



El perímetro mide: $P=5\cdot 7=35$ cm.

La apotema, el radio y la mitad de un lado forman un triángulo rectángulo, de manera que:

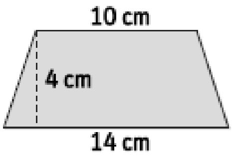
$$a=\sqrt{5,76^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{33,17-6,25}=\sqrt{26,92}=5,18\,\text{cm}$$

Por tanto, el área del heptágono mide: $A=\dfrac{35\cdot 5,18}{2}=90,65\ \text{cm}^2$

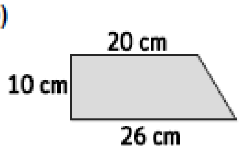
1.17.

Calcula el perímetro y el área de cada uno de los siguientes trapecios.

a)



b)



a) Como el trapecio es isósceles, los lados que faltan son iguales y coinciden con la hipotenusa del triángulo rectángulo que forma la altura.

$$l=\sqrt{4^2+\left(\frac{14-10}{2}\right)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=4{,}47\text{ cm}$$

El perímetro y el área del rectángulo miden:

$$P=2\cdot 4{,}47+10+14=32{,}94\text{ cm} \qquad A=\frac{(14+10)\cdot 4}{2}=48\text{ cm}^2$$

b) El lado que falta coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por la altura.

$$l=\sqrt{10^2+(26-20)^2}=\sqrt{100+36}=\sqrt{136}=11{,}66\text{ cm}$$

El perímetro y el área del rectángulo serán:

$$P=26+10+20+11{,}66=67{,}66\text{ cm} \qquad A=\frac{(26+20)\cdot 10}{2}=230\text{ cm}^2$$

1.18.

En un triángulo rectángulo isósceles, la medida de cada uno de los dos catetos iguales es de 20 cm.

a) **Calcula la medida de la hipotenusa.**

b) **Calcula el valor del perímetro.**

c) **Calcula la medida de la altura sobre la hipotenusa.**

a) El valor de la hipotenusa es $h=\sqrt{20^2+20^2}=20\cdot\sqrt{2}=28{,}28$ cm .

b) El perímetro será: $P=20+20+28{,}28=68{,}28$ cm .

c) Como es isósceles, la altura sobre la hipotenusa lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$h=\sqrt{20^2-\left(\frac{20\cdot\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{400-200}=\sqrt{200}=10\cdot\sqrt{2}=14{,}14\text{ cm}$$

Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I
Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

2. SEMEJANZA

2.1.

Se ha ampliado una fotografía que medía 10 cm × 15 cm a 16 cm × 24 cm. ¿Cuál es la razón de semejanza aplicada en la ampliación?

Su razón de semejanza es: $k = \frac{16}{10} = \frac{24}{15} = 1{,}6$

2.2.

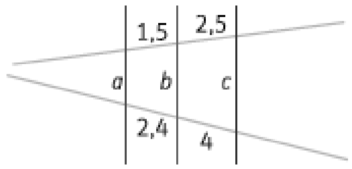
Las medidas de un rectángulo son 5 y 10 cm. Calcula las medidas de otro rectángulo semejante al anterior si su lado mayor mide 5 cm.

Calculamos la razón de semejanza: $k = \frac{10}{5} = 2$

El otro lado del segundo rectángulo mide: $\frac{5}{2} = 2{,}5$ cm

2.3.

Las rectas *a* y *b* del dibujo son paralelas. Comprueba utilizando el teorema de Tales si también lo es la recta *c*.

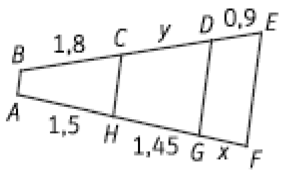


$\frac{1{,}5}{2{,}4} = \frac{2{,}5}{4} = 0{,}625 \Rightarrow$ *c* también es paralela a *a* y *b*.

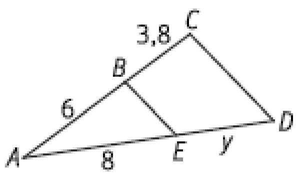
2.4.

Calcula la longitud de los segmentos desconocidos.

a)



b)



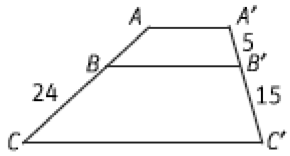
a) $\frac{1{,}8}{1{,}5} = \frac{y}{1{,}45} = \frac{0{,}9}{x} \Rightarrow x = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}9}{1{,}8} = 0{,}75$ e $y = \frac{1{,}45 \cdot 1{,}8}{1{,}5} = 1{,}74$

b) $\frac{6}{8} = \frac{3{,}8}{y} \Rightarrow y = 5{,}07$

2.5.

Calcula la longitud del segmento *AC* de la figura.

Compara tu respuesta con un compañero, ¿habéis seguido los mismos pasos?



$\frac{24}{15} = \frac{AC}{5+15} \Rightarrow AC = \frac{24 \cdot 20}{15} = 32$

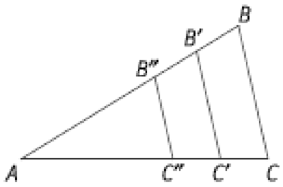
Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I

Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

FUNDACIÓ COL·LEGIS DIOCESANS SANT VICENT MÀRTIR

2.6.

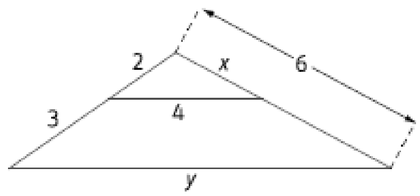
Explica por qué los triángulos que aparecen en la siguiente figura son triángulos en posición de Tales.



Los triángulos *ABC*, *AB'C'* y *AB"C"* están en posición de Tales porque tienen un vértice común, *A*, y los lados *BC*, *B'C'* y *B"C"* opuestos son paralelos.

2.7.

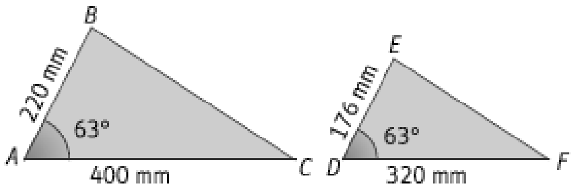
Calcula la longitud de los lados desconocidos *x* e *y* del siguiente triángulo.



$\frac{6}{x} = \frac{2+3}{2} = \frac{y}{4} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 6}{5} = 2{,}4 \qquad y = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$

2.8.

Comprueba, aplicando los criterios de semejanza, si los siguientes triángulos son semejantes.

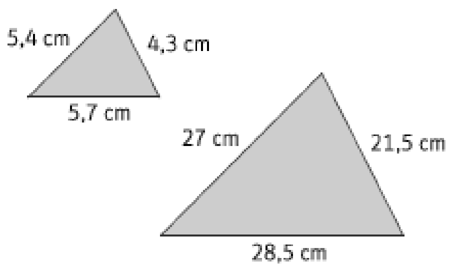


Aplicamos el 2.° criterio de semejanza: $\widehat{A} = \widehat{D} = 25°$ y $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \Rightarrow \frac{220}{176} = \frac{400}{320} = 1{,}25$

Por tanto, los dos triángulos son semejantes.

2.9.

Comprueba si estos triángulos son semejantes.



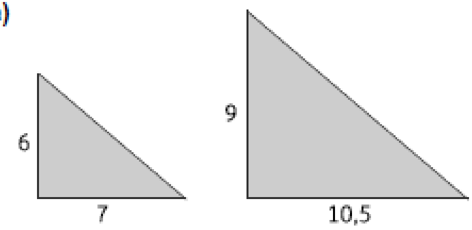
Aplicamos el 3.^{er} criterio de semejanza: $\frac{5{,}4}{27} = \frac{4{,}3}{21{,}5} = \frac{5{,}7}{28{,}5} = 0{,}2$

Por tanto, los dos triángulos son semejantes.

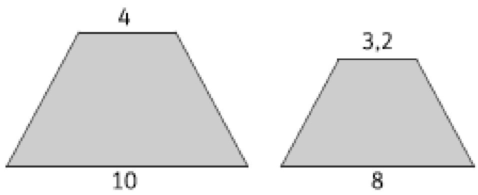
2.10.

Comprueba si las siguientes figuras son semejantes entre sí. Justifica tu respuesta en cada caso.

a)



b)



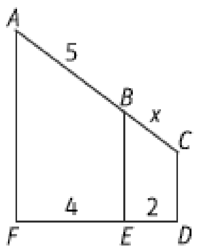
a) $\frac{9}{6}=\frac{10,5}{7}=1,5$. Sí es semejante, ya que sus ángulos correspondientes son iguales, y sus lados, proporcionales.

b) $\frac{4}{3,2}=\frac{10}{8}=1,25$. Sí es semejante, ya que sus ángulos correspondientes son iguales, y sus lados, proporcionales.

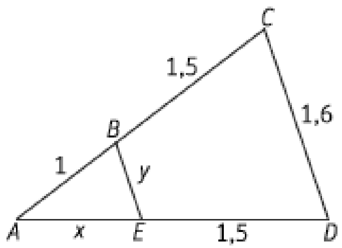
2.11.

Calcula el valor de los segmentos desconocidos en cada una de las siguientes representaciones.

a)



b)



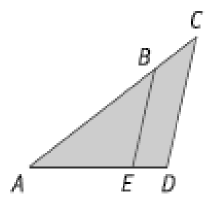
a) $\frac{5}{4}=\frac{x}{2} \Rightarrow x=\frac{5\cdot 2}{4}=2,5$

b) $\frac{1}{x}=\frac{1,5}{1,5} \Rightarrow x=1 \quad \frac{1+1,5}{1,6}=\frac{1}{y} \Rightarrow y=\frac{1,6}{2,5}=0,64$

2.12.

En la figura, los lados *CD* y *BE* son paralelos. Se sabe que:

$AB = 3$ $\quad$ $AE = 2$ $\quad$ $BC = 1$ $\quad$ $BE = 2$



a) ¿Cómo son los triángulos *ABE* y *ACD*?

b) Calcula las medidas de los segmentos *AD*, *ED* y *CD*.

c) ¿Cuál es la razón de semejanza?

a) Como los lados *CD* y *BE* son paralelos, los triángulos tienen dos ángulos iguales, por tanto, por el 1.er criterio de semejanza, son triángulos semejantes.

b) $\frac{3}{2}=\frac{3+1}{AD} \Rightarrow AD=\frac{4\cdot 2}{3}=2,\hat{6}$ $\qquad$ $\frac{3}{2}=\frac{1}{ED} \Rightarrow ED=\frac{2}{3}=0,\hat{6}$ $\qquad$ $\frac{3}{2}=\frac{4}{CD} \Rightarrow CD=2,\hat{6}$

c) $k=\frac{3}{4}=0,75$

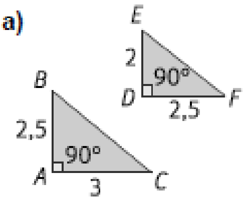
Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I
Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

FUNDACIÓ COL·LEGIS DIOCESANS SANT VICENT MÀRTIR

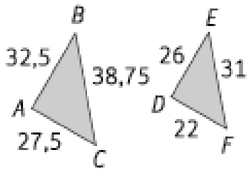
2.13.

Estudia si los siguientes pares de triángulos son o no semejantes.

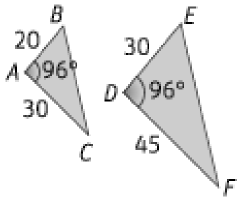
a)



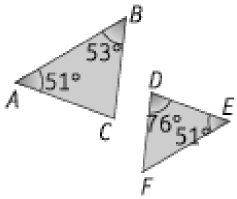
c)



b)



d)



a) $\frac{2{,}5}{2}=1{,}25\neq\frac{3}{2{,}5}=1{,}2$. Aunque tienen un ángulo correspondiente igual, los lados que lo forman no son proporcionales, por tanto, por el 2.º criterio de semejanza, no son triángulos semejantes.

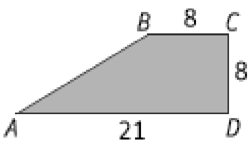
b) $\frac{20}{30}=\frac{30}{45}=0{,}\hat{6}$. Tienen un ángulo correspondiente igual y los lados que lo forman son proporcionales, por tanto, por el 2.º criterio de semejanza, son triángulos semejantes.

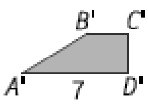
c) $\frac{32{,}5}{26}=\frac{38{,}75}{31}=\frac{27{,}5}{22}=1{,}25$. Como todos los lados son proporcionales, por el 3.er criterio de semejanza, son triángulos semejantes.

d) Calculamos el ángulo que falta en el triángulo *ABC*: $180-(51+53)=76°$. Como tienen tres ángulos iguales, son triángulos semejantes.

2.14.

Las siguientes figuras son semejantes.





a) Halla la medida del lado *AB*.

b) Calcula la medida de los lados *A'B'*, *B'C'* y *C'D'*.

a) Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$AB=\sqrt{(21-8)^2+8^2}=\sqrt{13^2+8^2}=\sqrt{233}=15{,}26.$$

b) Calculamos la razón de semejanza: $k=\frac{A'D'}{AD}=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$

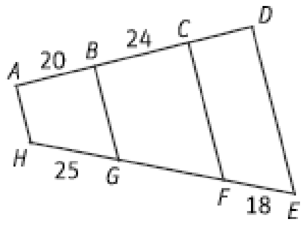
$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'B'}{15{,}26}=\frac{1}{3}\Rightarrow A'B'=5{,}09$$

$$\frac{B'C'}{BC}=\frac{B'C'}{8}=\frac{1}{3}\Rightarrow B'C'=2{,}67$$

$$\frac{C'D'}{CD}=\frac{C'D'}{8}=\frac{1}{3}\Rightarrow C'D'=2{,}67$$

2.15.

Observa la siguiente figura y calcula *GF* y *CD*.



$\frac{AB}{HG}=\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{24}{GF}=\frac{4}{5} \Rightarrow GF=30$ $\qquad$ $\frac{CD}{18}=\frac{4}{5} \Rightarrow CD=14,4$

2.16.

Comprueba, si las siguientes parejas de triángulos son o no semejantes.

a) Uno de lados 12, 9 y 4 y el otro, 12, 27 y 36

b) Uno con ángulos 43° y 67°, y el otro, 70° y 67°

a) $\frac{12}{4}=\frac{27}{9}=\frac{36}{12}=3$. Son semejantes.

b) El ángulo que falta en el primer triángulo mide: $180^{o}-(43^{o}+67^{o})=110^{o}$.

El ángulo que falta en el segundo triángulo mide: $180^{o}-(70^{o}+67^{o})=43^{o}$.

Son semejantes.

2.17.

La sombra de una casa de 21 m de altura es de 28 m. ¿Qué sombra proyectará en ese momento un árbol de 3 m de alto?

Los triángulos que forman la casa y su sombra y el árbol y su correspondiente sombra son semejantes. Por tanto:

$\frac{21}{28}=\frac{3}{h} \Rightarrow h=\frac{3 \cdot 28}{21}=4 \text{ m}$

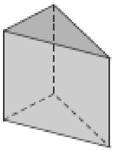
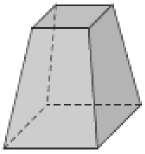
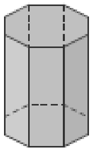
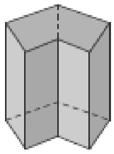
Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I

Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

3. VOLÚMENES. CUERPOS GEOMÉTRICOS

3.1. PRISMAS

Di cuáles de los siguientes poliedros son prismas y, en caso afirmativo, clasifícalos.

a)  **b)**  **c)**  **d)** 

a) Prisma triangular recto, convexo e irregular.

b) No es un prisma.

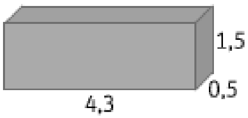
c) Prisma octogonal recto, convexo y regular.

d) Prisma hexagonal recto, cóncavo e irregular.

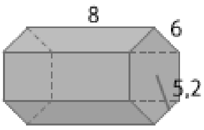
3.2 PRISMA

Calcula el volumen de las siguientes figuras.

a)



b)

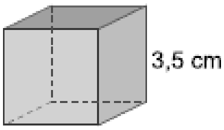


a) $V = (4{,}3 \cdot 0{,}5) \cdot 1{,}5 = 3{,}225$

b) $V = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 8 = 748{,}8$

3.3 PRISMA

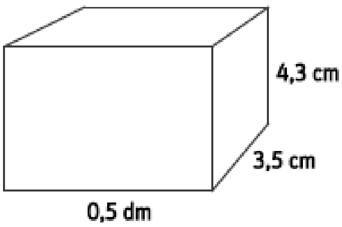
Dibuja un cubo de 3,5 cm de lado y calcula su volumen.



El volumen será: $V = 3{,}5^3 = 42{,}88\ \text{cm}^3$.

3.4 PRISMA

Dibuja un ortoedro cuya base mide 0,5 dm de largo y 3,5 cm de ancho y cuya altura es 4,3 cm. Calcula su volumen.



El volumen es: $V = 5 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}3 = 75{,}25\ \text{cm}^3$.

3.5 PRISMA

El volumen de un prisma pentagonal es 980 cm³. Sabiendo que su altura es 7 cm, ¿cuál es el área de la base?

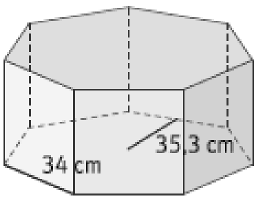
Volumen del prisma: $V = A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow 980\ \text{cm}^3 = A_{\text{base}} \cdot 7\text{cm} \Rightarrow A_{\text{base}} = \dfrac{980}{7} = 140\ \text{cm}^2$

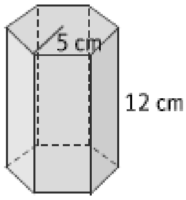
Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I
Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

3.6 PRISMAS

Calcula el volumen de los siguientes prismas.

a) **b)**





a) $A_{base} = \dfrac{7 \cdot 34 \cdot 35{,}3}{2} = 4200{,}7 \text{ cm}^2$

$V = A_{base} \cdot h = 4200{,}7 \cdot 34 = 142\,823{,}8 \text{ cm}^3$

b) Para hallar el área de la base, calculamos la apotema de la base utilizando el teorema de Pitágoras, y aplicando que en un hexágono regular el radio mide lo mismo que el lado:

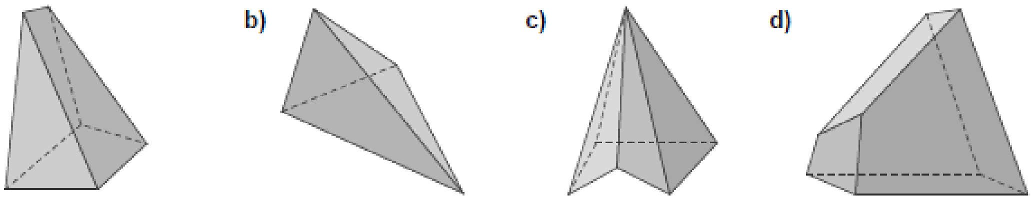
$a_b^2 = 5^2 - 2{,}5^2 = 18{,}75 \Rightarrow a_b = \sqrt{18{,}75} = 4{,}33 \text{ cm}$

$A_{base} = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4{,}33}{2} = 64{,}95 \text{ cm}^2 \Rightarrow V = A_{base} \cdot h = 64{,}95 \cdot 12 = 779{,}4 \text{ cm}^3$

3.7 PIRÁMIDES

Di cuáles de los siguientes poliedros son pirámides y, en caso afirmativo, clasifícalas.

a) **b)** **c)** **d)**



a) No es una pirámide.

b) Pirámide triangular recta, convexa y regular.

c) Pirámide pentagonal recta, cóncava e irregular.

d) No es una pirámide.

3.8 PIRÁMIDE

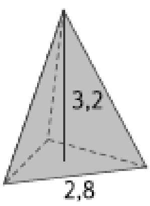
¿Cuál es el volumen de una pirámide cuadrangular de lado 4 m y altura 23 dm?

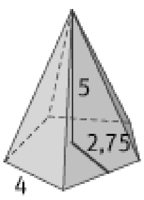
Volumen de la pirámide cuadrangular regular: $V = \dfrac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2{,}3 = 12{,}27 \text{ m}^3$

3.9 PIRÁMIDE

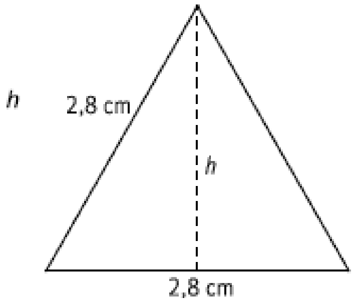
Calcula el volumen de las siguientes figuras.

a) **b)**





a) Como la base de la pirámide triangular regular es un triángulo equilátero, calculamos su altura con el teorema de Pitágoras:



$h^2 + 1{,}4^2 = 2{,}8^2$

$h^2 = 7{,}84 - 1{,}96 = 5{,}88$

$= \sqrt{5{,}88} = 2{,}42$

$$V = \frac{1}{3}A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\left(\frac{2{,}8 \cdot 2{,}42}{2} \cdot 3{,}2\right) = 3{,}61$$

b) $V = \frac{1}{3}A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 2{,}75}{2} \cdot 5 = 45{,}83$

3.10 PIRÁMIDE

Calcula el volumen de las siguientes pirámides.

a) Una pirámide de altura 5 cm y cuya base es un triángulo rectángulo isósceles de catetos 4 cm.

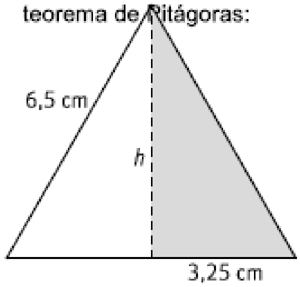
b) Una pirámide de altura 4 m y cuya base es un triángulo equilátero de lado 6,5 m.

a) Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 4}{2} \cdot 5 \Rightarrow V = 13{,}33 \text{ cm}^3$

b) Volumen de la pirámide: Calculamos la altura del triángulo equilátero por el teorema de Pitágoras:

$h^2 + 3{,}25^2 = 6{,}5^2 \Rightarrow h^2 = 42{,}25 - 10{,}56 = 31{,}69 \Rightarrow h = \sqrt{31{,}69} = 5{,}63$

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6{,}5 \cdot 5{,}63}{2} \cdot 4 \Rightarrow V = 24{,}4 \text{ m}^3$



3.11 PIRÁMIDE

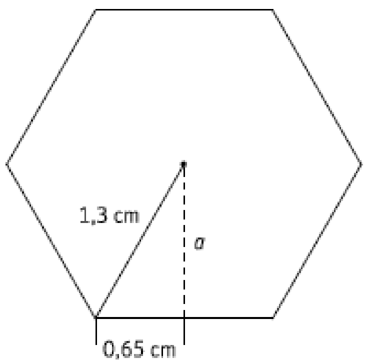
Una pirámide tiene por base un hexágono regular. La longitud del lado de la base es 1,3 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 3 cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$.

Calculamos la apotema del hexágono base a, aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 + 0{,}65^2 = 1{,}3^2 \Rightarrow a^2 + 0{,}42 = 1{,}69 \Rightarrow a = \sqrt{1{,}27} = 1{,}13$ cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1{,}3 \cdot 6}{2} \cdot 1{,}13 \cdot 3 = 4{,}41 \text{ cm}^3$



3.12 PIRÁMIDE

Calcula el volumen de una pirámide rectangular con 30 cm de arista, y cuya base mide 15 cm de ancho y 10 cm de largo.

Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$

Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular:

1.º. La diagonal de la base: $d^2 = 15^2 + 10^2 \Rightarrow d^2 = 325 \Rightarrow d = \sqrt{325} = 18{,}02$ cm

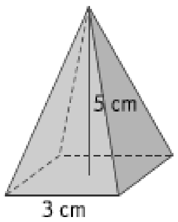
2.º. La altura h, de la pirámide: la arista, 30 cm es la hipotenusa y la mitad de la diagonal de la base es un cateto, así 18,02 : 2 = 9,01 cm. Entonces: $h^2 = 30^2 - 9{,}01^2 = 900 - 81{,}18 = 818{,}82 \Rightarrow h = \sqrt{818{,}82} = 28{,}62$.

Calculamos el volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot (15 \cdot 10) \cdot 28{,}62 = 1431\ \text{cm}^3$.

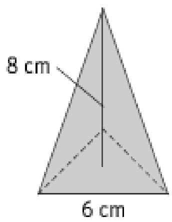
3.13 PIRÁMIDES

Calcula el área total y el volumen de estas pirámides.

a)



b)



a) Para hallar el área lateral, calculamos la apotema de la pirámide utilizando el teorema de Pitágoras:

$a_p{}^2 = 5^2 + 1{,}5^2 = 27{,}25 \Rightarrow a_p = \sqrt{27{,}25} = 5{,}22$ cm

$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5{,}22 + 3^2 = 40{,}32\ \text{cm}^2$

$V = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{9 \cdot 5}{3} = 15\ \text{cm}^3$

b) Para hallar el área de la base, calculamos la altura de la base utilizando el teorema de Pitágoras:

$h_b{}^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \Rightarrow h_b = \sqrt{27} = 5{,}2$ cm $\Rightarrow A_{base} = \frac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6\ \text{cm}^2$

Para hallar el área lateral, calculamos la apotema de la pirámide utilizando el teorema de Pitágoras, y sabiendo que la apotema de un triángulo equilátero de lado 6 cm mide $a_b = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 6 = 1{,}73$ cm:

$a_p{}^2 = 8^2 + 1{,}73^2 = 67 \Rightarrow a_p = \sqrt{67} = 8{,}19$ cm

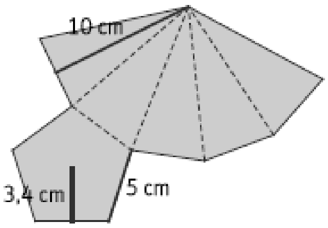
$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 8{,}19 + 15{,}6 = 89{,}31\ \text{cm}^2$

$V = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{15{,}6 \cdot 8}{3} = 41{,}6\ \text{cm}^3$

Centre Privat d'Educació Infantil, Primària i Secundària
SANT CRISTÒFOR MÀRTIR I
Plaça Ermita,1
46220 - Picassent (València)
Tel. 96 122 12 00
Cód. 46006616
www.santcristoformartir.com
scmi@planalfa.es

3.14 PIRÁMIDES

Calcula el área total y el volumen de esta pirámide.



$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 + \frac{5 \cdot 5 \cdot 3{,}4}{2} = 167{,}5 \text{ cm}^2$

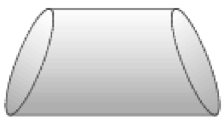
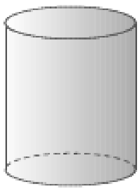
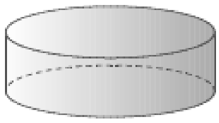
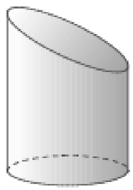
Para hallar el volumen, calculamos la altura de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras:

$h^2 = 10^2 - 3{,}4^2 = 88{,}44 \text{ cm}^2 \Rightarrow h = \sqrt{88{,}44} = 9{,}4 \text{ cm}$

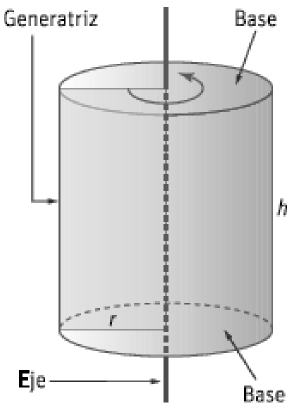
El volumen de la pirámide es: $V = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{42{,}5 \cdot 9{,}4}{3} = 133{,}17 \text{ cm}^3$.

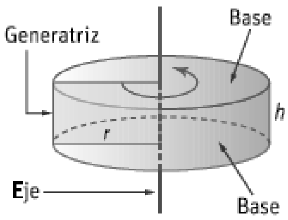
3.15 CILINDROS

Indica cuáles de las siguientes figuras son cilindros y, en caso afirmativo, señala sus elementos.

a)  **b)**  **c)**  **d)** 

a) No es un cilindro. **b)** Cilindro recto **c)** Cilindro recto **d)** No es un cilindro.

b)


c)


3.16 CILINDRO

Calcula el volumen de un cilindro de 2 m de radio y 3 m de alto.

Volumen del cilindro: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 3 = 37{,}68 \text{ m}^3$

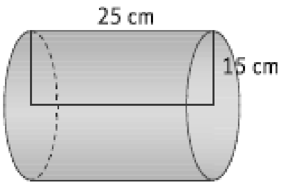
3.17 CILINDRO

Calcula la altura de un cilindro de 3393 cm³ de volumen y 6 cm de radio de la base.

$V = A_{base} \cdot h;\ 3393 = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot h \Rightarrow 3393 = 113{,}04 \cdot h \Rightarrow h = \frac{3393}{113{,}04} = 30{,}02 \text{ cm}$

3.18 CILINDRO

Calcula el volumen del siguiente cilindro.

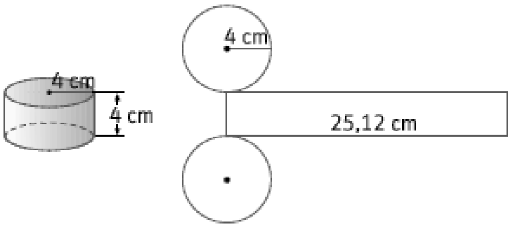


$V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 15^2 \cdot 25 = 17\,662{,}5 \text{ cm}^3$

3.19 CILINDROS

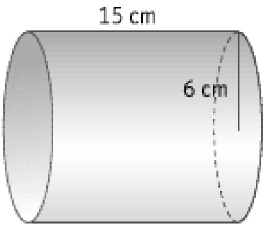
Dibuja en tu cuaderno un cilindro cuyo radio de la base y altura midan 4 cm. Dibuja también su desarrollo calculando, previamente, las dimensiones del rectángulo que representa su superficie lateral.

La altura del rectángulo de la base es $h = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 = 25{,}12$ cm.



3.20 CILINDROS

Calcula el área total y el volumen de este cilindro.



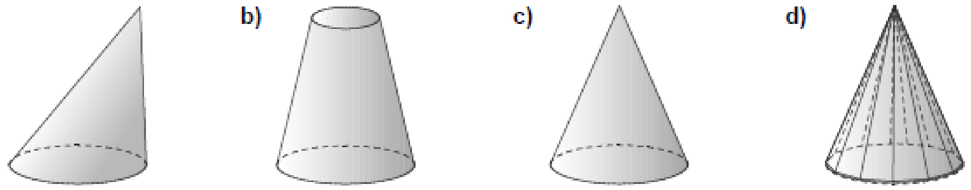
$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6 \cdot 15 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 = 791{,}28 \text{ cm}^2$

$V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 15 = 1695{,}6 \text{ cm}^3$

3.21 CONOS

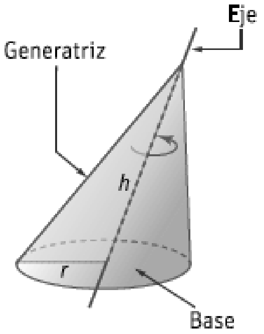
Indica cuáles de las siguientes figuras son conos y, en caso afirmativo, señala sus elementos.

a) **b)** **c)** **d)**

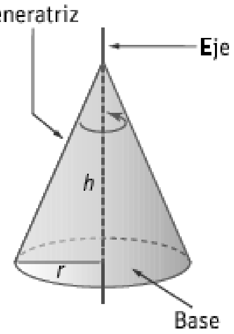


a) Cono oblicuo. **b)** Tronco de cono. **c)** Cono recto. **d)** No es un cono.

a)



c)



3.22 CONO

Calcula el volumen de estos conos:

a) **La generatriz mide 15 m y el radio de la base es 6 m.**

b) **La altura mide 12 mm y su generatriz mide 15 mm.**

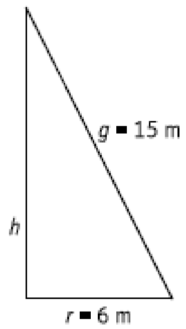
a) Volumen del cono: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

El área de la base es: $A = 3{,}14 \cdot 6^2 = 113{,}04$ m^2.

La generatriz, el radio y la altura forman un triángulo rectángulo, utilizando el teorema de Pitágoras:

$h^2 + r^2 = g^2 \Rightarrow h^2 + 36 = 225 \Rightarrow h^2 = 225 - 36 \Rightarrow h^2 = 189 \Rightarrow h = \sqrt{189} = 13{,}75$ m de altura

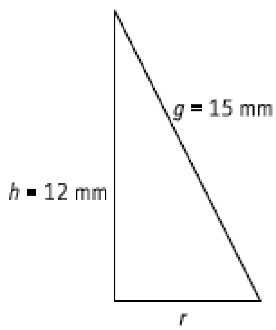
Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 113{,}04 \cdot 13{,}75 \Rightarrow V = 518{,}1\ \text{m}^3$



b) Volumen del cono: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

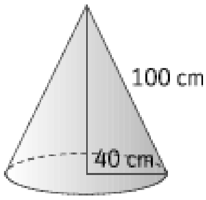
El radio es un cateto del triángulo rectángulo formado por la generatriz, la altura y el radio. Calculamos el radio: $12^2 + r^2 = 15^2 \Rightarrow r^2 = 225 - 144 \Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = \sqrt{81} = 9$ mm

Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 81 \cdot 12 \Rightarrow V = 1017{,}36\ \text{mm}^3$



3.23 CONOS

Calcula el área total y el volumen del siguiente cono.



$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = \pi rg + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 40 \cdot 100 + 3{,}14 \cdot 40^2 = 17\,584 \text{ cm}^2$

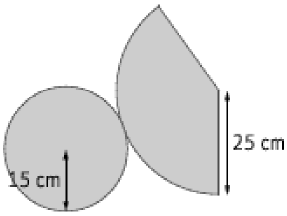
Para calcular el volumen, hallamos la altura del cono aplicando el teorema de Pitágoras:

$h^2 = 100^2 - 40^2 = 8400 \Rightarrow h = \sqrt{8400} = 91{,}65$ cm

El volumen del cono es $V = = \dfrac{A_{base} \cdot h}{3} = \dfrac{\pi \cdot 40^2 \cdot 91{,}65}{3} = \dfrac{3{,}14 \cdot 1600 \cdot 91{,}65}{3} = 153\,483{,}2 \text{ cm}^3$.

3.24 CONOS

Calcula el área lateral y el volumen del cono correspondiente a este desarrollo plano.



$A_{lateral} = \pi rg = 3{,}14 \cdot 15 \cdot 25 = 1177{,}5 \text{ cm}^2$

Hallamos la altura, h, del cono aplicando el teorema de Pitágoras: $h^2 = 25^2 - 15^2 = 400 \Rightarrow h = \sqrt{400} = 20$ cm.

El volumen del cono es $V = \dfrac{\pi \cdot 15^2 \cdot 20}{3} = \dfrac{3{,}14 \cdot 225 \cdot 20}{3} = 4710 \text{ cm}^3$.

3.25 ESFERA

Calcula el volumen de las siguientes esferas.

a) Una esfera de radio 4 m.

b) Una esfera de 24 m de diámetro.

c) Sabemos que el área de uno de los círculos máximos de la esfera es 156,86 m².

a) $V = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 = 267{,}95 \text{ m}$

b) El radio medirá: 24 m : 2 = 12 m. Su volumen: $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 12^3 = 7234{,}56 \text{ m}^3$

c) Si el área del círculo máximo es 156,86 m², le corresponderá un radio de:

$156{,}86 = 3{,}14 \cdot r^2 \Rightarrow \dfrac{156{,}86}{3{,}14} = r^2 \Rightarrow r^2 = 49{,}96 \Rightarrow r = \sqrt{49{,}96} = 7{,}07 \text{ m}$

El volumen será: $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}07^3 = 1479{,}54 \text{ m}^3$.

3.26 ESFERA

Calcula el volumen de una esfera de 10 cm de diámetro.

El radio de la esfera es: 10 cm : 2 = 5 cm.

El volumen es: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = 523{,}33\ \text{cm}^3$.