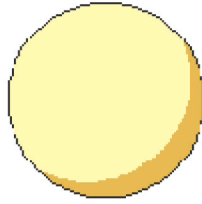
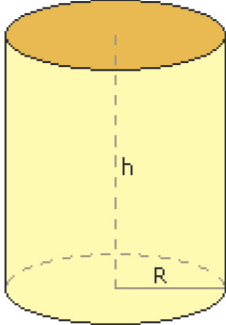
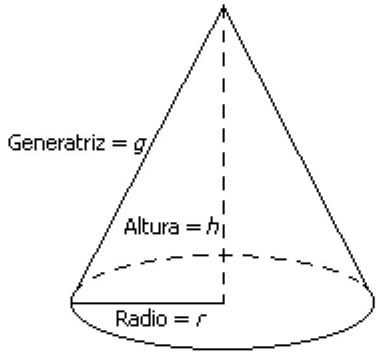
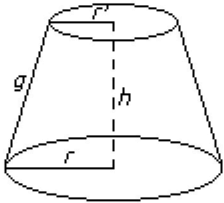
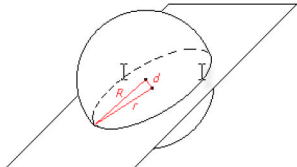


## CUERPOS GEOMÉTRICOS

Concepto	Procedimiento	Ejemplo																								
Poliedros. Elementos	<p>Un poliedro es un cuerpo geométrico cerrado limitado por caras planas que son polígonos. Se llaman:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Caras: a los polígonos que lo limitan.</li> <li>-Aristas: A los lados de las caras.</li> <li>Vértices: A los vértices de las caras.</li> </ul> <p>Ángulos poliedros: son las regiones del espacio limitadas por todas las caras que se unen en un vértice</p>	<p>Son poliedros:</p>																								
Teorema de Euler	<p>“En todo poliedro el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos”</p>	<p>Si un poliedro tiene 8 caras y 12 aristas ¿Cuántos vértices tiene?</p> $C+V=A+2$ $8+V=12+2$ $V=12+2-8=6 \text{ vértices}$																								
Poliedros regulares	<p>Son aquéllos en los que las caras son polígonos regulares iguales y en cada vértice concurre el mismo número de caras. Sólo hay cinco poliedros regulares: tetraedro (4 caras triángulos equiláteros), octaedro (8 caras triángulos equiláteros), hexaedro o cubo (6 caras cuadradas), dodecaedro (12 caras pentagonales regulares) e icosaedro (20 caras triángulos equiláteros).</p> <p>En todos ellos se cumple el Teorema de Euler:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>poliedro</th> <th>C</th> <th>V</th> <th>A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>tetraedro</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>octaedro</td> <td>8</td> <td>6</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>cubo</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>dodecaedro</td> <td>12</td> <td>20</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>icosaedro</td> <td>20</td> <td>12</td> <td>30</td> </tr> </tbody> </table>	poliedro	C	V	A	tetraedro	4	4	6	octaedro	8	6	12	cubo	6	8	12	dodecaedro	12	20	30	icosaedro	20	12	30	<p style="text-align: center;">Tetraedro      Octaedro Hexaedro      Dodecaedro Icosaedro</p>
poliedro	C	V	A																							
tetraedro	4	4	6																							
octaedro	8	6	12																							
cubo	6	8	12																							
dodecaedro	12	20	30																							
icosaedro	20	12	30																							
<p>Prismas:</p>	<p>Son poliedros cuyas caras laterales son rectángulos (rectos) o romboides (oblicuos) y las bases polígonos cualesquiera. Sus área lateral y total son:</p> $A_l = P_b \cdot h$ $A_t = A_l + 2 \cdot A_b$ <p>Y su volumen:</p> $V = A_b \cdot h$ <p>donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>P_b</math> = perímetro base</li> <li><math>h</math> = altura</li> <li><math>A_b</math> = área base</li> </ul>	<p>Calcula las área y el volumen de un prisma recto de base cuadrada de 8 m. de altura y 3 m de lado de la base.</p> $A_l = 16 \cdot 8 = 128 \text{ m}^2$ $A_t = 128 + 2 \cdot 9 = 146 \text{ m}^2$ $V = 9 \cdot 8 = 72 \text{ m}^3$																								

<p><b>Ortoedros</b></p>	<p>Son prismas en los que hay 6 caras rectangulares iguales dos a dos. Si sus dimensiones son largo (a), ancho (b) y alto (c), se tiene:  <math>A_l = 2ac + 2bc</math>  <math>A_t = A_l + 2ab</math>  <math>V = abc</math></p>	<p>Una habitación tiene 10 m. de larga, 8 de ancha y 3 de alta ¿Cuál es su área total y su volumen?  <math>A_l = 2 \cdot 10 \cdot 3 + 2 \cdot 8 \cdot 3 = 108</math>  <math>A_t = 108 + 2 \cdot 10 \cdot 8 = 268 \text{ m}^2</math>  <math>V = 10 \cdot 8 \cdot 3 = 240 \text{ m}^3</math></p>
<p><b>pirámides</b></p> <p>Apotema de la pirámide      Altura      Apotema de la base</p>	<p>Son poliedros cuyas caras laterales son triángulos con un vértice común y que tiene una base formada por un polígono cualquiera. Sus áreas lateral y total son:  <math>A_l = \frac{nla}{2}</math>  <math>A_t = A_l + A_b</math>          Y su volumen:  <math>V = \frac{A_b \cdot h}{3}</math>          donde:          n=número de lados base          l=medida lado base          a=altura cara lateral  <math>A_b</math>=área base</p>	<p>Calcular las áreas y el volumen de una pirámide de base cuadrada que tiene de lado de la base 6 cm, de altura de las caras laterales 9 cm y de altura de la pirámide 11 cm.  <math>A_l = \frac{4 \cdot 6 \cdot 9}{2} = 96 \text{ cm}^2</math>  <math>A_t = 96 + 36 = 132 \text{ cm}^2</math>  <math>V = \frac{36 \cdot 11}{3} = 132 \text{ cm}^3</math></p>
<p><b>Tronco de pirámide</b></p> <p>Apotema      a</p>	<p>Es el resultado de cortarle la punta a una pirámide. Las caras laterales son trapecios y las bases polígonos cualesquiera. Sus áreas son:  <math>A_l = \frac{na(l + l')}{2}</math>  <math>A_t = A_l + A_b + A'_b</math>  <math>V = V_p - v_p</math>          donde:          n=número lados base          a=altura cara lateral (apotema)          l=medida lado base mayor          l'=medida lado base menor  <math>A_b</math>=área base mayor  <math>A'_b</math>=área base menor  <math>V_p</math>=volumen pirámide entera.  <math>v_p</math>=volumen pirámide separada.</p>	<p>Un tronco de pirámide cuadrada se ha obtenido cortando una pirámide de altura 10 a una distancia 3 de su vértice superior, la apotema mide 8, cada lado de la base mayor 6 y el de la menor 4. Calcular las áreas y el volumen:  <math>A_l = \frac{4 \cdot 8 \cdot (6 + 4)}{2} = 160 \text{ m}^2</math>  <math>A_t = 160 + 36 + 16 = 212 \text{ m}^2</math>  <math>V_p = \frac{36 \cdot 10}{3} = 120</math>  <math>v_p = \frac{16 \cdot 3}{3} = 16</math>  <math>V = 120 - 16 = 104 \text{ m}^3</math></p>
<p><b>Cuerpos redondos</b></p>	<p>Son cuerpos geométricos generados al girar una figura plana alrededor de una recta.          El cilindro se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.          El cono al girar un triángulo alrededor de una de sus</p>	<p>cilindro          cono</p>

	alturas o lados. La esfera al girar un círculo alrededor de un diámetro.	 <p>esfera</p>
<p>Cilindro</p> 	<p>Si su radio es r y su altura h tenemos:</p> $A_l = 2\pi rh$ $A_t = A_l + 2\pi r^2$ $V = \pi r^2 h$	<p>Calcular el área y volumen de un cilindro de 3 m. de radio y 7 de altura.</p> $A_l = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 7 = 131,88 \text{ m}^2$ $A_t = 131,88 + 2 \cdot 3,14 \cdot 9 = 188,4$ $V = 3,14 \cdot 9 \cdot 7 = 197,82 \text{ m}^3$
<p>Cono</p> 	<p>Si su radio es r, su generatriz g y su altura h:</p> $A_l = \pi rg$ $A_t = A_l + \pi r^2$ $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$	<p>Área de volumen de un cono de radio 3, generatriz 5 y altura 4.</p> $A_l = 3,14 \cdot 3 \cdot 5 = 47,1$ $A_t = 47,1 + 3,14 \cdot 9 = 75,36$ $V = \frac{3,14 \cdot 9 \cdot 4}{3} = 37,68$
<p>Tronco de cono</p> 	<p>Si su radio mayor es R, el menor r, la altura h y la generatriz g.</p> $A_l = \pi(R + r)g$ $A_t = A_l + \pi(R^2 + r^2)$ $V = \frac{\pi h}{3} [(R - r)^2 + 3r^2]$	<p>Área y volumen de un tronco de cono de radios 10 y 8, altura 4 y generatriz 6</p> $A_l = 3,14(10 + 8) \cdot 6 = 339,12$ $A_t = 339,12 + 3,14(100 + 64) = 854,08$ $V = \frac{3,14 \cdot 4}{3} [(10 - 8)^2 + 3 \cdot 8^2] = 3382,2$
<p>Esfera</p> 	<p>Si su radio es R</p> $A = 4\pi R^2$ $V = \frac{4\pi R^3}{3}$	<p>Un balón de fútbol tiene 15 cm de radio. Calcula su área y su volumen:</p> $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 225 = 2826 \text{ cm}^2$ $V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 15^3}{3} = 14130 \text{ cm}^3$