SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON 2 INCÓGNITAS

Resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando los métodos de SUSTITUCIÓN, IGUALACIÓN Y REDUCCIÓN

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de SUSTITUCIÓN se siguen los siguientes pasos:

1. **Se elige una de las dos incógnitas y se despeja en una de las dos ecuaciones.**
2. **Se sustituye la incógnita despejada en la otra ecuación.**
3. **Se resuelve la ecuación obtenida.**
4. **Sustituyendo este valor en la ecuación despejada, se obtiene el valor de la otra incógnita.**

Sea el sistema:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

Ec_1 → $4x + 3y = 1$

Ec_2 → $3x - 2y = 5$

1. Elegimos una de las dos incógnitas y la despejamos en una de las dos ecuaciones.
Cogemos por ejemplo la *"y"* de la primera ecuación [Ec_1] y la despejamos:

Ec_1 → $4x + 3y = 1$ → $3y = 1 - 4x$ → $\boxed{y = \frac{1 - 4x}{3}}$

2. Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la ecuación no utilizada:
Si hemos despejado "y" en la primera ecuación [Ec_1], ahora utilizaremos la segunda ecuación [Ec_2]

Ec_2 → $3x - 2y = 5$ → $3x - 2 \cdot \frac{1 - 4x}{3} = 5$

3. Resolvemos la ecuación de primer grado obtenida y obtenemos el valor de la incógnita *x*

$3x - 2 \cdot \frac{1 - 4x}{3} = 5$ → $3x - \frac{2 - 8x}{3} = 5$ → $\frac{3x}{1} - \frac{2 - 8x}{3} = \frac{5}{1}$ → $\frac{9x}{3} - \frac{(2 - 8x)}{3} = \frac{15}{3}$ →

$9x - (2 - 8x) = 15$ → $9x - 2 + 8x = 15$ → $17x = 17$ → $\boxed{x = 1}$

4. Ya conocido el valor de x lo sustituimos en la expresión del valor de y que obtuvimos a partir de la primera ecuación del sistema

$\boxed{y = \frac{1 - 4x}{3}}$ → $y = \frac{1 - 4 \cdot 1}{3}$ → $y = \frac{-3}{3}$ → $\boxed{x = -1}$

Solución del sistema $\boxed{\mathbf{(x = 1,\ y = -1)}}$

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de IGUALACIÓN se siguen los siguientes pasos:

1. Se elige una de las dos incógnitas y se despeja en las dos ecuaciones.

2. Se igualan los términos obtenidos.

3. Se resuelve la ecuación que queda para obtener el valor de la incógnita.

4. Se sustituye el valor obtenido en una de las ecuaciones despejadas y se obtiene el valor de la otra incógnita.

Sea el sistema:

$$\begin{cases} 5x - 4y = 23 \\ 2x + 5y = -4 \end{cases}$$

Ec_1 → $5x - 4y = 23$

Ec_2 → $2x + 5y = -4$

1. Elegimos una de las dos incógnitas y se despeja de las dos ecuaciones:
Cogemos por ejemplo la *"x"* y la despejamos (siempre la misma en las dos ecuaciones)

Ec_1 → $5x - 4y = 23 \rightarrow 5x = 23 + 4y \rightarrow \boxed{x = \frac{23 + 4y}{5}}$

Ec_2 → $2x + 5y = -4 \rightarrow 2x = -4 - 5y \rightarrow \boxed{x = \frac{-4 - 5y}{2}}$

2. Dado que las ecuaciones obtenidas tienen igual el primer miembro, igualamos los segundos miembros:

$$\frac{23 + 4y}{5} = \frac{-4 - 5y}{2}$$

3. Resolvemos la ecuación de primer grado obtenida y obtenemos el valor de *"y"*:

$$\frac{23 + 4y}{5} = \frac{-4 - 5y}{2} \rightarrow \frac{2 \cdot (23 + 4y)}{10} = \frac{5 \cdot (-4 - 5y)}{10} \rightarrow 2 \cdot (23 + 4y) = 5 \cdot (-4 - 5y) \rightarrow$$

$$46 + 8y = -20 - 25y \rightarrow 33y = -66 \rightarrow y = \frac{-66}{33} \rightarrow \boxed{y = -2}$$

4. El valor de *"y"* obtenido lo sustituimos en una de las dos ecuaciones despejadas para obtener el valor de x. Cogemos por ejemplo la primera ecuación [Ec_1]

Ec_1 → $\boxed{x = \frac{23 + 4y}{5}} = \frac{23 + 4 \cdot (-2)}{5} = \frac{23 - 8}{5} = \frac{15}{5} = 3 \rightarrow \boxed{x = 3}$

Solución del sistema $\boxed{\mathbf{(x = 3, y = -2)}}$

MÉTODO DE REDUCCIÓN

El método de REDUCCIÓN consiste en transformar un sistema en otro equivalente, de modo que en alguna de las dos ecuaciones aparezca solo una incógnita. Para aplicarlo se siguen los siguientes pasos:

1. **Se multiplican las ecuaciones por los números adecuados para igualar el coeficiente de una de las dos incógnitas.**
2. **Sumando o restando las ecuaciones obtenidas, se elimina la incógnita con coeficientes iguales.**
3. **Si el sistema es compatible determinado se obtiene el valor de una incógnita.**
4. **Se sustituye el valor de la incógnita obtenido en una de las dos ecuaciones iniciales del sistema, para calcular el valor de la otra incógnita.**

Sea el sistema:

$$\begin{cases} 6x - 25y = -1 \\ 8x - 5y = 27 \end{cases}$$

Ec_1 → $6x - 25y = -1$
Ec_2 → $8x - 5y = 27$

1.1 Para eliminar la incógnita *"x"*, buscamos un número que sea múltiplo de ambos coeficientes. El mínimo común múltiplo de 6 y 8 es 24. Por tanto, multiplicamos la primera ecuación por 4 y la segunda ecuación por −3, porque necesitamos obtener el mimo coeficiente en "x" pero de signo contrario:

Eliminamos x → $6x - 25y = -1$ → **[Ec_1 · 4]** → $\boxed{24x - 100y = -4}$
m.c.m= 24 $\quad 8x - 5y = 27$ → **[Ec_2 · (−3)]** → $\boxed{-24x + 15y = -81}$

2.1 Sumamos las ecuaciones para eliminar la incógnita *"x"*:

$$\begin{array}{r} 24x - 100y = -4 \\ -24x + 15y = -81 \\ \hline 0 \quad - 85y = -85 \end{array}$$

3.1 Despejando obtenemos el valor de la incógnita *"y"*:

$$-85y = -85 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-85}{-85} \quad \rightarrow \quad \boxed{y = 1}$$

4.1.1 Sustituimos el valor de *"y"* obtenido en una de las dos ecuaciones para obtener el valor de la incógnita *"x"*:

Ec_1 → $6x - 25y = -1 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-1 + 25y}{6} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-1 + 25 \cdot (1)}{6} \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 4}$

Solución del sistema $\boxed{\mathbf{(x = 4, y = -1)}}$

4.1.2 O bien, podemos hacer doble reducción con la otra incógnita: es decir, realizar de nuevo el mismo proceso eliminando "y".

1.2 Para eliminar la incógnita "*y*", buscamos un número que sea múltiplo de ambos coeficientes. El mínimo común múltiplo de 25 y 5 es 25. Por tanto, multiplicamos la primera ecuación por 1 (es decir, la dejamos igual) y la segunda ecuación por −5, porque necesitamos obtener el mimo coeficiente en "y" pero de signo contrario:

Eliminamos y → $6x - 25y = -1$ → **[Ec_1 · 1]** → $6x - 25y = -1$
m.c.m= 25 $8x - 5y = 27$ → **[Ec_2 · (−5)]** → $-40x + 25y = -135$

2.2 Sumamos las ecuaciones para eliminar la incógnita "*y*":

$$\begin{array}{r} 6x - 25y = -1 \\ -40x + 25y = -135 \\ \hline -34x + 0 = -136 \end{array}$$

3.2 Despejando obtenemos el valor de la incógnita "*y*":

$-34x = -136$ → $x = \frac{-136}{-34}$ → $\boxed{x = 4}$

Solución del sistema $\boxed{(x = 4, y = -1)}$